

Revisión de conceptos

- Para resolver $\int x\sqrt{x-3} dx$, se hace la sustitución $u = \underline{\hspace{2cm}}$.
- Para resolver una integral que incluya $\sqrt{4-x^2}$, se hace la sustitución $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

- Para resolver una integral que incluya $\sqrt{4+x^2}$, se hace la sustitución $x = \underline{\hspace{2cm}}$.
- Para resolver una integral que incluya $\sqrt{x^2-4}$, se hace la sustitución $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

Conjunto de problemas 7.4

En los problemas del 1 al 16 evalúe las integrales que se indican.

- | | |
|---|---|
| 1. $\int x\sqrt{x+1} dx$ | 2. $\int x\sqrt[3]{x+\pi} dx$ |
| 3. $\int \frac{t dt}{\sqrt{3t+4}}$ | 4. $\int \frac{x^2+3x}{\sqrt{x+4}} dx$ |
| 5. $\int_1^2 \frac{dt}{\sqrt{t+e}}$ | 6. $\int_0^1 \frac{\sqrt{t}}{t+1} dt$ |
| 7. $\int t(3t+2)^{3/2} dt$ | 8. $\int x(1-x)^{2/3} dx$ |
| 9. $\int \frac{\sqrt{4-x^2}}{x} dx$ | 10. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{16-x^2}}$ |
| 11. $\int \frac{dx}{(x^2+4)^{3/2}}$ | 12. $\int_2^3 \frac{dt}{t^2\sqrt{t^2-1}}$ |
| 13. $\int_{-2}^{-3} \frac{\sqrt{t^2-1}}{t^3} dt$ | 14. $\int \frac{t}{\sqrt{1-t^2}} dt$ |
| 15. $\int \frac{2z-3}{\sqrt{1-z^2}} dz$ | 16. $\int_0^\pi \frac{\pi x-1}{\sqrt{x^2+\pi^2}} dx$ |

En los problemas del 17 al 26 utilice el método de completar el cuadrado, junto con una sustitución trigonométrica, si es necesaria, para evaluar cada integral.

- | | |
|---|---|
| 17. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+2x+5}}$ | 18. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+4x+5}}$ |
| 19. $\int \frac{3x}{\sqrt{x^2+2x+5}} dx$ | 20. $\int \frac{2x-1}{\sqrt{x^2+4x+5}} dx$ |
| 21. $\int \sqrt{5-4x-x^2} dx$ | 22. $\int \frac{dx}{\sqrt{16+6x-x^2}}$ |
| 23. $\int \frac{dx}{\sqrt{4x-x^2}}$ | 24. $\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}} dx$ |
| 25. $\int \frac{2x+1}{x^2+2x+2} dx$ | 26. $\int \frac{2x-1}{x^2-6x+18} dx$ |

27. La región acotada por $y = 1/(x^2+2x+5)$, $y = 0$, $x = 0$ y $x = 1$, se hace girar alrededor del eje x . Encuentre el volumen del sólido resultante.

28. La región del problema 27 se hace girar alrededor del eje y . Encuentre el volumen del sólido resultante.

- 29.** Encuentre $\int \frac{x dx}{x^2+9}$ por medio de
- una sustitución algebraica y
 - una sustitución trigonométrica. Después compare sus respuestas.

30. Encuentre $\int_0^3 \frac{x^3 dx}{\sqrt{9+x^2}}$ haciendo las sustituciones
 $u = \sqrt{9+x^2}$, $u^2 = 9+x^2$, $2u du = 2x dx$

- 31.** Encuentre $\int \frac{\sqrt{4-x^2}}{x} dx$ por medio de
- la sustitución $u = \sqrt{4-x^2}$ y
 - una sustitución trigonométrica. Después compare sus resultados.
- Sugerencia:* $\int \csc x dx = \ln|\csc x - \cot x| + C$.

32. Dos círculos de radio b se intersecan como se muestra en la figura 6 con sus centros $2a$ unidades separados ($0 \leq a \leq b$). Encuentre el área de la región en que se traslapan.

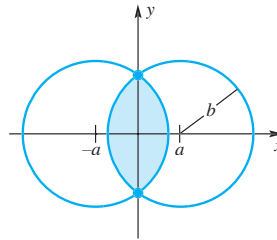


Figura 6

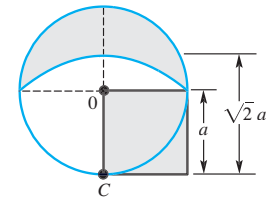


Figura 7

33. Hipócrates de Quios (aproximadamente 430 a. C.) demostró que las dos regiones sombreadas en la figura 7 tienen la misma área (él cuadró la Luna). Obsérvese que C es el centro del arco inferior de la Luna. Demuestre el resultado de Hipócrates.

- por medio de cálculo y
 - sin cálculo.
- * **34.** Generalice la idea del problema 33 encontrando una fórmula para el área de la región sombreada de la Luna que se muestra en la figura 8.

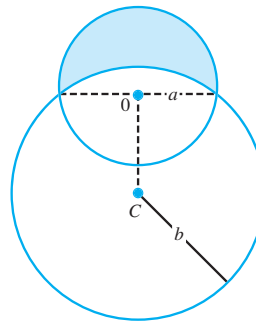


Figura 8

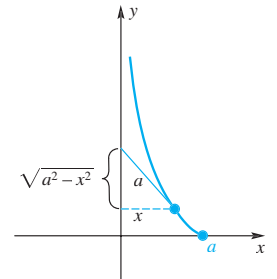


Figura 9

35. Comenzando en $(a, 0)$ se jala un objeto por medio de una cuerda de longitud a , con el extremo que se jala moviéndose a lo largo de la parte positiva del eje y (véase la figura 9). La trayectoria del